

## АННОТАЦИЯ

**диссертации на тему «Разрешимость нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений четвертого и шестого порядков»  
на соискание степени доктора философии (PhD) по  
специальности 6D060100 -«Математика»  
Султангазиевой Жанат Болатбаевны**

**Тема исследования:** Разрешимость нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений четвертого и шестого порядков.

**Цель исследования:**

изучение вопросов разрешимости локальных и нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений четвертого и шестого порядков; установление влияния спектрального параметра  $\lambda$  на разрешимости нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений шестого порядка.

**Задачи исследования:**

1. Постановка и исследование разрешимости нелокальных краевых задач с интегральными условиями по временной переменной для квазигиперболических уравнений четвертого порядка;

2. Постановки и установления теорем единственности и существования решения новых краевых задач для квазигиперболических уравнений четвертого порядка;

3. Установление разрешимости нелокальной краевой задачи для гиперболического уравнения с оператором четвертого порядка по пространственному переменному.

4. Установления теорем единственности и существования нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений шестого порядка;

5. Установление влияния спектрального параметра  $\lambda$  на разрешимости нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений шестого порядка.

**Методика исследования:**

Работы выдающегося математика прошлого столетия С.Л. Соболева обогатили математическую науку новыми идеями и методами исследований, положили начало новым теориям и направлениям в математике. Введенные им понятия обобщенной производной и обобщенного решения заложили основы теории обобщенных функций и вошли во все современные учебники по дифференциальным уравнениям и уравнениям математической физики. Соболевские пространства, теоремы вложения и интегральные представления функций являются неотъемлемой частью современного анализа. Методы функционально-инвариантных решений используются при решении важных прикладных задач теории упругости.

Исследуемые нами дифференциально-операторные уравнения относятся к уравнениям Соболевского типа. Установления критерия единственности

решения начально-краевых задач для таких дифференциально-операторных уравнений достигаются различными способами.

Известны различные способы доказательства единственности. Обычно эффективным средством доказательства единственности является принцип максимума и его различные обобщения типа принципов Хопфа и Зарембы-Жиро.

На первом этапе исследования доказывалась единственность решения нелокальная краевая задача для гиперболического уравнения с оператором би-Лапласа. При исследовании подобного рода нелокальных задач обычно применяются метод продолжения по параметру, метод априорной оценки и предельный переход. Для гиперболического уравнения метод продолжения по параметру не применим, так как будет потеряна гладкость правой части уравнения.

При доказательстве теорем разрешимости нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений четвертого порядка применяются метод продолжения по параметру, метод априорной оценки, предельный переход и метод Фурье. А также неравенства Коши-Буняковского и Юнга, метод Галеркина с выбором специального базиса.

**Основные положения, выносимые на защиту (доказаны научные гипотезы и другие выводы, составляющие новизну):**

1. Установлено разрешимость нелокальных краевых задач с интегральными условиями по временной переменной для квазигиперболических уравнений четвертого порядка;

2. Даны постановки и установлены теоремы единственности и существования решения новых краевых задач для квазигиперболических уравнений четвертого порядка;

3. Установлена разрешимость нелокальной краевой задачи для гиперболического уравнения с оператором четвертого порядка по пространственному переменному.

4. Установлены теоремы единственности и существования нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений шестого порядка;

5. Установлены влияния спектрального параметра  $\lambda$  на разрешимости нелокальных краевых задач для квазигиперболических уравнений шестого порядка.

**Обоснование новизны и значимости полученных результатов и соответствия направлениям научного развития или государственным программам:**

Обоснование новизны первых результатов научного исследования приведены в первом разделе диссертационной работы, который изучены вопросы о разрешимости нелокальных задач с интегральными условиями в классах регулярных решений (т.е. решений, имеющих все обобщенные по С.Л.Соболеву производные, входящие в уравнение), исследовано влияние спектрального параметра  $\lambda$  на единственность и неединственность, существование и несуществование решения.

Обоснованием новизны вторых результатов диссертационной работы служит исследование квазигиперболических уравнений четвертого порядка. Получена разрешимость новых краевых задач, для квазигиперболических уравнений

$$u_{tttt} + Au = f(x, t)$$

с эллиптическим оператором  $A$ , действующим по пространственным переменным, а также для некоторых их обобщений. Для изучаемых задач доказаны теоремы существования и единственности регулярных (имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) решений, показано, что при нарушении условий соответствующих теорем изучаемые задачи становятся некорректными. Также приведены примеры условий на числа  $\alpha_0, \alpha_1$  и  $\alpha_2$ , при выполнении которых будут выполняться как условия теоремы единственности, так и условия теоремы существования.

В третьем разделе представлены спектральные задачи для неклассических дифференциальных уравнений шестого порядка. Показаны влияния спектральных параметров на разрешимость поставленных нелокальных краевых задач.

Результаты диссертации имеют теоретический характер. В ней разработана методика исследования ряда краевых задач для квазигиперболического уравнения четвертого и шестого порядков. Они исследованы в определенных функциональных пространствах.

Кроме того, полученные результаты могут служить определенным вкладом в теорию дифференциальных уравнений в частных производных квазигиперболического типа. Практическая ценность работы определяется прикладной значимостью квазигиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальными краевыми условиями.

Достоверность и обоснованность проведенных исследований обеспечиваются конструктивностью разработанных и использованных методов. Вспомогательные утверждения затрагиваемых проблемных вопросов каждого раздела сформулированы в виде лемм и утверждений, и они строго доказаны, а общие – в виде теорем и их доказательства представлены в развернутом изложении, а также достоверность и новизна результатов работы подтверждена их публикацией в рейтинговых рецензируемых изданиях, входящих в международные наукометрические базы Web of Science Core Collection и Scopus.

По результатам диссертации были сделаны доклады на международных конференциях: международной научной конференции, посвященной 90-летию Сергея Константиновича Годунова «Математика в приложениях» (Новосибирск: Академгородок, 2019. – 4-10 августа), международной научной конференция, посвященной 70-летию д.ф.-м.н., профессора М.И. Рамазанова «Теоретические и прикладные вопросы математики, механики и информатики» (Караганда: Карагандинский государственный университет имени академика Е.А.Букетова, 2019. – 12-14 июня), Воронежской зимней математической школе «Современные методы

теории функции функций и смежные проблемы» (Воронеж: 2021. – 28 января – 2 февраля), традиционной международной апрельской конференции в честь Дня работников науки РК, посвященной 75-летию академика НАН РК Т.Ш. Кальменова (Алматы: ИМММ, 2021). А также были сделаны доклады на семинаре под руководством профессора Кожанова А.И. (ИМ им.С.Л.Соболева СО РАН.), академика НАН РК Отелбаева М.О., профессора Бердышева А.С., профессора Кошанова Б.Д. (КазНПУ им. Абая, 2020), профессора Кангужина Б.Е., профессора Кошанова Б.Д. (КазНУ им. Аль-Фараби, 2023).

**Описание вклада докторанта в подготовку каждого издания (доля автора диссертации указывается в процентах от общего текста):**

По результатам исследования опубликовано 4 работ, из них 1 статья с процентилем 35 в Международном рецензируемом журнале, включенный в наукометрическую базу данных Scopus.

1. Новые краевые задачи для квазигиперболических уравнений четвертого порядка. Сибирские электронные математические известия. №16 (2019). С. 1410-1436. (Соавторы: Кожанов А. И., Кошанов Б. Д., доля докторанта 70%). (WoS – Q4, Scopus – 35). <http://semr.math.nsc.ru/v16/p1410-1436.pdf>

В статье докторантом исследована разрешимость новых краевых задач для квазигиперболических уравнений с эллиптическим оператором  $A$ , действующим по пространственным переменным, а также для некоторых их обобщений. Для изучаемых задач доказаны теоремы существования и единственности регулярных (имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) решений.

3 статьи опубликованы в изданиях, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере образования и науки и МНВО РК:

1. Спектральная задача для неклассических дифференциальных уравнений шестого порядка. Вестник Карагандинского университета имени Е.А.Букетова, серия Математика. №1(97) 2020. С.79-86. (Соавторы Кожанов А.И., Кошанов Б.Д., Емир Кады оглу А.Н., Сматова Г.Д., доля докторанта 60%). (WoS – Q4).

[https://mathematics-vestnik.ksu.kz/apart/srch/2020\\_mathematics\\_1\\_97\\_2020.pdf](https://mathematics-vestnik.ksu.kz/apart/srch/2020_mathematics_1_97_2020.pdf)

В работе соискателем доказаны теоремы существования и единственности краевых задач для квазигиперболических уравнений шестого порядка.

2. On the Schwarz problem for the Moisil-Teodorescu system in a spherical layer and in the interior of a torus. Вестник Казахского национального университета имени Аль-Фараби, серия Математика. №2(114) 2022. С.35-42. (Соавторы: Кошанов Б.Д., Байарыстанов А.О., Досмағұлова К.А., Кунтуарова А.Д. доля докторанта 60%) DOI: <https://doi.org/10.26577/JMMCS.2022.v114.i2.04>

3. Two theorems on estimates for solutions of one class of nonlinear equations in a finite-dimensional space. Вестник Карагандинского университета имени Е.А.Букетова, серия Математика. №3(107) 2022. С.70-84. (Соавторы: Кошанов Б.Д., Каһарман Н, Сегізбаева Р.У., доля докторанта 70%) (WoS – Q4). <https://rep.ksu.kz//handle/data/13900>